

الوحدة الدراسية السادسة (تطبيقات على التكامل) بند (2 - 6) حجوم الأجسام الدورانية

إذا نتج مجسم من دوران منطقة محددة بمنحنى دالتا f ومحور السينات والمستقيمين $x = a$, $x = b$ حيث $a < b$ دورة كاملة حول محور السينات فإن حجم هذا المجسم يساوي:

$$V = \int_a^b \pi (f(x))^2 dx$$

إذا نتج مجسم من دوران منطقة محددة بمنحنيي الدالتين f, g والمستقيمين $x = a$, $x = b$ دورة كاملة حول محور السينات, بحيث f, g لها الإشارة نفسها $[a, b]$, فإن حجم هذا المجسم يعطى بالقاعدة:

$$V = \pi \int_a^b [(f(x))^2 - (g(x))^2] dx$$

حيث: $f(x) \leq g(x) \leq 0$ أو $f(x) \geq g(x) \geq 0$

1 أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = x^2 + 2$ ومحور السينات في الفترة $[-1, 1]$.

باستخدام التكامل المحدد أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = r$ ، $r \neq 0$ في الفترة $[0, h]$

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بين منحنىي الدالتين $f(x) = \frac{x^2}{2} + 1$ ، $g(x) = \frac{x}{2} + 2$

4

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية المستوية دورة كاملة حول محور السينات المحددة بكل

من المستقيمت والمنحنيات التالية:

$$y = \sec x , y = \sqrt{2} , -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

5

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية المستوية دورة كاملة حول محور السينات المحددة بكل

من المستقيمت والمنحنيات التالية:

$$y = x + 1 , y = x - 1 , x = 1 , x = 4$$

البنود من (1- 5) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت خاطئة :

1 حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = \sqrt[3]{x}$ في الفترة $[1, 8]$ هو: $V = \pi \int_8^1 (\sqrt[3]{x})^2 dx$

(a) (b)

2 حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = 2\sqrt{x}$ في الفترة $[1, 4]$ هو: $V = \pi \int_0^4 4x dx - \pi \int_0^1 4x dx$

(a) (b)

3 حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = x$ ومنحنى الدالة $g : g(x) = \frac{1}{2}x^2$ هو: $V = \pi \int_0^2 (x - \frac{1}{2}x^2) dx$

(a) (b)

4 حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = x^3$ ومنحنى الدالة $g : g(x) = 8$ و $x = 0$ يساوي حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات لمنحنى الدالة f ومنحنى الدالة $h : h(x) = -8$ و $x = 0$

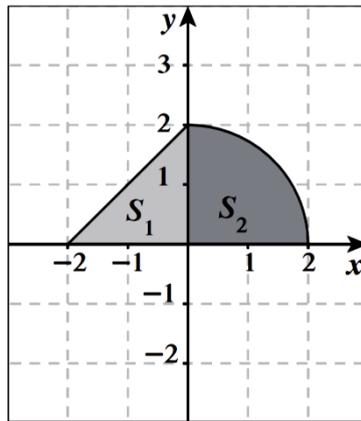
(a) (b)

البنود من (5 - 8) ظلل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة

5 حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = 3$ ومحور السينات في الفترة $[-1, 1]$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 6π (b) 18 (c) 18π (d) 81π

6 المنطقة المظللة $S = S_1 \cup S_2$ حيث S_1 منطقة مثلثة، S_2 منطقة ربع دائرة كما هو موضح بالشكل.



حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة S بالوحدات المكعبة يساوي:

(a) $\frac{40}{3}\pi$ (b) $4 + 2\pi$ (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) 8π

7

حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $y = -\sqrt{4-x^2}$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 4π

(b) 6π

(c) $\frac{16}{3}\pi$

(d) $\frac{32}{3}\pi$

8

حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بالمستقيمات $x=0$, $y=-2$ ومنحنى الدالة $f: f(x) = -\sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 4π

(b) 16π

(c) 8π

(d) 2π